

A Messen mit CASSY-Lab

1. Digitalisierung

„Natura non facit saltus“ (Die Natur macht keine Sprünge, Aristoteles) dieser Satz beschreibt die Sicht der Physik bis zur Entdeckung der Quantenmechanik. Da im Regelfall die Messunsicherheiten deutlich größer sind als die Quantisierung, ist diese Annahme auch heute noch gerechtfertigt. Möchte man Messdaten mittels Computersystemen verarbeiten, so ist man darauf angewiesen diese Daten in einem dem Computer verständlichen Format darzustellen. Diese Bitfolgen können wir als Binärzahlen verstehen und in „unser“ Dezimalsystem transferieren.

Doch was bedeutet 00000001? Der darstellbare Wertebereich ist offenbar begrenzt (1 Byte = 8 Bit = 2^8 verschiedene Werte), d.h. die kontinuierliche Physik kann nicht reversibel abgebildet werden. Um die Verbindung zur Physik herzustellen gilt es diese reinen Zahlen richtig zu interpretieren. Dabei spielen insbesondere die Einheiten (Strom, Spannung, Länge, Anzahl, Temperatur,...) und die Skalierung (00000001 $\hat{=}$ 1 V ?) eine wesentliche Rolle. Man muss daher versuchen die Skalierung so zu wählen, dass der „Fehler“ nicht auffällt. Sobald die aufgenommenen Daten nur noch wenige diskrete Werte annehmen liegt der Verdacht nahe, dass entweder die Auflösungsgrenze des Messeinganges erreicht ist oder das Eingangssignal außerhalb des zulässigen Bereiches liegt. Hier sollte nach Möglichkeit die Eingangs-Verstärkung angepasst werden.

Die elektronisch messbaren Größen beschränken sich auf Spannungen. Jede andere Messgröße muss als Spannungssignal kodiert werden und für die Darstellung hinterher umgerechnet werden. Zählbare Ereignisse lassen sich als Impulse (sprunghafte Wechsel zwischen zwei Spannungspegeln, TTL-Pulse) darstellen und elektronisch sehr einfach weiterverarbeiten. Temperatursensoren liefern oft ein Strom- oder Spannungssignal, das sich proportional zur Temperaturänderung ändert. Derartige Sensoren müssen also vor der Inbetriebnahme mittels bekannter Referenzpunkte kalibriert werden, oder man vertraut auf die Umrechnungskoeffizienten des Herstellers.

Wird das CASSY System mit den zugehörigen Sensoren (gilt analog auch für andere Messwetterfassungssysteme) verwendet, so wird dem Nutzer ein Großteil der Arbeit abgenommen, indem die Sensoren automatisch erkannt werden und damit die Umrechnung der Daten in die richtige physikalische Größe festgelegt wird. Eventuelle Schwankungen (Fertigungstoleranzen, Temperatur,...) können bei Bedarf korrigiert werden.

2. Was ist CASSY?

CASSY-S, ein für die Lehre in Schulen und Universitäten konzipiertes universelles Messwert-Erfassungssystem, besteht aus den fünf Microcontroller-gesteuerten Grundgeräten Sensor-CASSY und Power-CASSY, sowie Profi-CASSY, Mobile-CASSY und CASSY-Display, die im Praktikum nicht genutzt werden. Hinzu kommt die Steuer- und Auswertesoftware CASSY-Lab.

Sensor-CASSY ist ein zweikanaliges Messgerät für Strom und Spannung, die mit einer Auflösung von 12 bit (1:4096) und einer maximalen Messrate von 100 kHz (10^5 Messwerte pro Sekunde) erfasst werden. Mit Hilfe von Zubehör (aufzusteckende „Sensorboxen“ und verschiedene Sensoren) können damit viele physikalische Größen gemessen werden.

Power-CASSY ist ein Leistungs-Funktionsgenerator, also eine computersteuerbare Strom- oder Spannungsquelle, die bei einer Abtastrate von 100 kHz maximal 10V / 1A liefert.

Mehrere der Grundgeräte (Ausnahme *Mobile-CASSY*) können zusammengesteckt werden. Sie kommunizieren untereinander über einen eigenen Bus und mit dem Computer über den Universal Serial Bus (USB).

Die Software *CASSY-Lab* steuert die Messung, stellt die Messergebnisse in einfacher Weise grafisch dar und bietet viele Möglichkeiten zur mathematischen Auswertung. Die Konfiguration des Messsystems wird vom Programm automatisch erkannt, die Bedienung ist relativ einfach und erfordert nur wenige Grundkenntnisse. *CASSY-Lab* ist beim Hersteller unter <http://www.ld-systeme.de> frei verfügbar, für die Kommunikation mit Messgeräten ist nach 6 Starts allerdings ein Freischaltcode erforderlich. Unter Linux Systemen lässt sich *CASSY-Lab* mittels wine installieren und für die Auswertung problemlos nutzen. Für die korrekte Darstellung der griechischen Buchstaben empfiehlt es sich den Inhalt des Ordners `C:\WINDOWS\Fonts` nach `~/ .wine/drive_C/windows/fonts` zu kopieren.

3. Quick Start: Einschalten und Konfigurieren des Systems

Stellen Sie sicher, dass alle benötigten *CASSY*-Module zusammengesteckt, mit dem PC verbunden und mit Strom versorgt sind. Starten Sie nun das Programm *CASSY-Lab*. Der Dialog *Einstellungen*, *CASSY* wird präsentiert und zeigt die vorgefundene Gerätekonfiguration. Um eine Messung durchzuführen, muss der entsprechende Eingang oder Ausgang ① angeklickt werden. Es erscheint ein Fenster, in dem der Eingang bzw. Ausgang konfiguriert werden kann:

Messgröße (falls mehrere möglich sind), Stellgröße (nur bei einem Ausgang), Messbereich (dazu gehört auch Nullpunkt rechts, links oder Mitte) und ggf. weitere Parameter müssen den Erfordernissen entsprechend eingestellt werden. Nun müssen noch die Messparameter eingestellt werden (Button *Messparameter anzeigen* im Fenster *Einstellungen*):

Automatische Aufnahme bedeutet, dass der Computer mehrere Messpunkte nacheinander aufzeichnet. *Neue Messreihe* anhängen bewirkt, dass in einer Grafik mehrere Messreihen (d.h. Kurven) dargestellt werden können. Die wichtigste Größe, die hier auf einen sinnvollen Wert eingestellt werden muss, ist das *Messintervall*. Bei $10\mu\text{s}$ werden pro Sekunde 100 000 Messwerte erzeugt! Aus Intervall und Messzeit ergibt sich die Anzahl der Einzelmessungen. Ist bei Messzeit kein Wert eingetragen, so wird eine Messreihe so lange fortgesetzt, bis sie manuell gestoppt wird.

Eine Messreihe kann nun mit F9 oder durch Klick auf  gestartet und beendet werden.

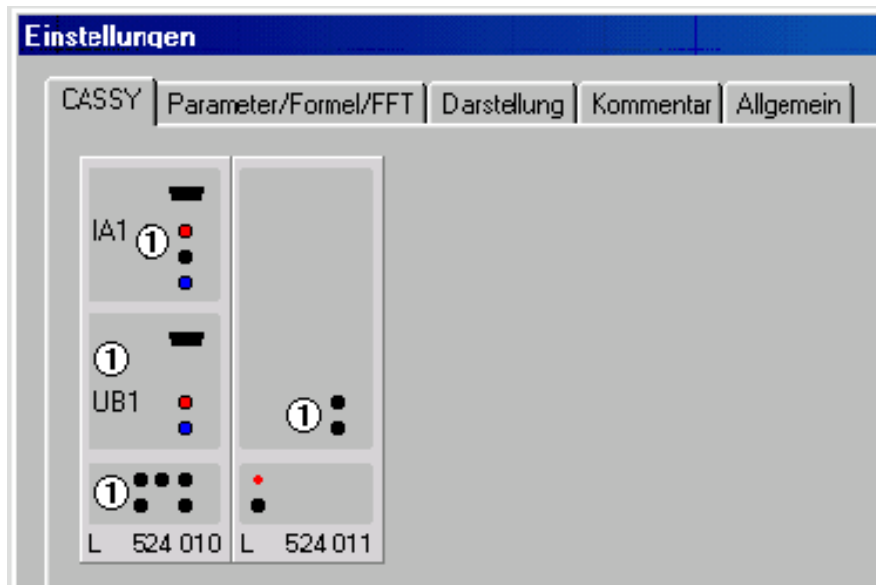


Abbildung A.1: Einstellen der Parameter für die Ein/Ausgänge

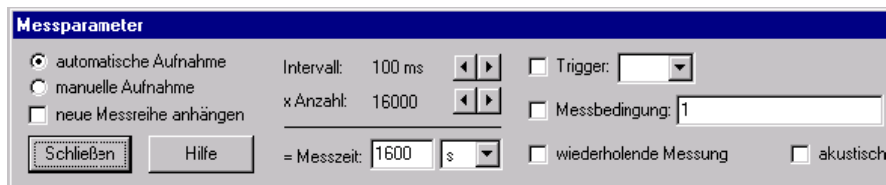


Abbildung A.2: Einstellen der Messparameter

4. Grundlegende Bedienelemente

Es gibt keine Menüleiste, wie sie in den vielen Programmen üblich ist. Alle Funktionen lassen sich entweder über die Buttonleiste ② bzw. die zugehörigen Funktionstasten oder über lokale Menüs (Rechts-Klick auf Messwerte, Diagramm, Achsen, Messinstrumente etc.) erreichen.

- ③ Anzeigeelement. Rechts-Klick: Messgröße und Messbereich einstellen.
- ④ Umschalten zwischen mehreren *Darstellungen* (definieren in *Einstellungen*).
- ⑤ Messwerte-Tabelle kann editiert werden. Rechts-Klick: Messwerte und Messreihen löschen.
- ⑥ Im Diagramm werden Punkte und Kurvenbereiche mit der Maus markiert. Rechts-Klick: Anzeige-Einstellungen, Anmerkungen und Markierungen einfügen, alle mathematischen Auswertungen.
- ⑦ Achsen bzw. Skalen können verschoben und mit Rechts-Klick geändert werden.
- ⑧ Umschalten zwischen verschiedenen y-Achsen.

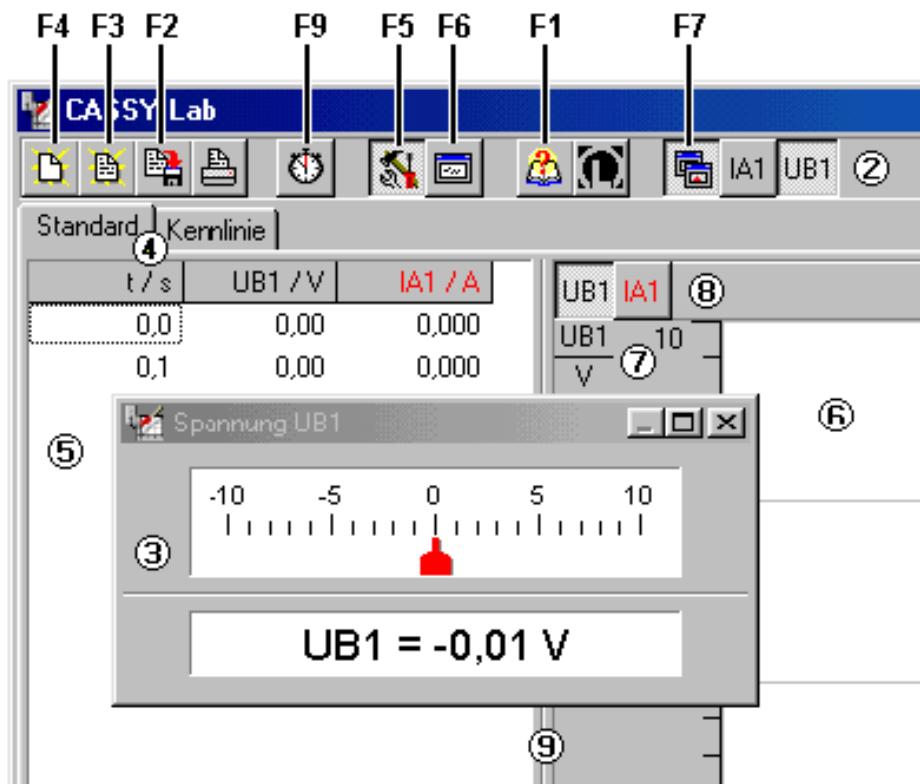












Abbildung A.3: Screenshot von CASSY-Lab mit den Bedienelementen

⑨ Trennlinie verschieben.

-  F1 Hilfe
-  F2 Aktuelle Messung (mit allen Einstellungen und Auswertungen) speichern
-  F3 Gespeicherte Messung (mit allen Einstellungen und Auswertungen) laden
-  F4 Neue Messung (aktuelle Messung löschen)
-  F5 Das Fenster *Einstellungen* aufrufen; zweimal drücken für *Messparameter*
-  F6 Inhalt der Statuszeile (z. B. das Ergebnis einer Rechnung) groß darstellen
-  F7 Alle Anzeigeinstrumente ein/aus schalten
-  F9 Eine Messreihe starten oder beenden (Einzelmessung bei *manueller Aufnahme*)
-  Diagramm ausdrucken (Bitte drucken Sie keine Tabelle mit 10.000 Werten!!)
-  IA1 Das Anzeigeinstrument IA1 ein/aus schalten

5. Tipps und Tricks zu CASSY-Lab

Klicken Sie mit der rechten Maustaste in das Diagramm um ein Menü mit allen Anzeige- und Auswertefunktionen zu erhalten. Mit Alt+T fügen Sie Text in das Diagramm ein,

dabei ist immer das Ergebnis der letzten Auswertung voreingestellt. Machen Sie von dieser Möglichkeit Gebrauch!

- Skalierung der Achsen: Rechts-Klick auf eine Achse, dann öffnet sich das entsprechende Menü. Mit gedrückter linker Maustaste lässt sich die Skalierung interaktiv ändern.
- Änderung des Messbereiches: Rechts-Klick auf das betreffende Anzeigeelement.
- Die Zoom-Funktion wird mit **Alt+Z** aufgerufen, **Alt+A** zeigt wieder alles an.
- In den Einstellungen auf der Seite *Parameter/Formel/FFT* kann eine neue physikalische Größe erzeugt werden, die aus Messgrößen berechnet oder manuell in die Wertetabelle eingetragen werden kann. Auf diese Weise kann z.B. aus Strom $I(t)$ und Spannung $U(t)$ der Widerstand $R(t)$ als Funktion der Zeit berechnet werden, oder aus dem gemessenen Weg $s(t)$ durch Differentiation die Geschwindigkeit. Hilfreiche Befehle der CASSY-Syntax sind *last* (Werte bei der letzten Datenaufzeichnung), *next* (Werte bei der folgenden Datenaufzeichnung), *old* (verheriger Wert dieser Größe) und *n* (Nummer der Messung). Die Regeln für die Eingabe von Formeln finden Sie in der Hilfe.
- Zusätzliche Diagramme können in den Einstellungen auf der Seite *Darstellung* als „neue Darstellung“ angelegt werden. Beispiel: Sie messen die Temperaturen T_1 und T_2 als Funktion der Zeit; dann können Sie in einem weiteren Diagramm T_2 als Funktion von T_1 darstellen.
- Die Auswertefunktionen (rechte Maustaste; z. B. Mittelwertbildung, Regressionsanalyse, Integration) sind ausführlich in der Hilfe zum Programm dokumentiert. Jede mathematische Auswertung bezieht sich immer auf einen Kurvenbereich, der mit der Maus markiert werden muss.
- Das Programm ist frei verfügbar (s.o.), Sie können Ihre Messergebnisse aus dem Praktikum (*.lab Dateien) auch am eigenen PC zuhause auswerten. Messwerte können als *.txt Dateien exportiert werden (mit **F2** speichern und Dateityp ASCII Export auswählen) und mit anderen Programmen (Origin, Excel, ...) importiert werden.

B Gewichtete Mittelwerte

Stichworte: gewichteter Mittelwert, Verteilung, Statistik

Literatur

- Bronstein: *Taschenbuch der Mathematik*

1. Wozu gewichtete Mittelwerte?

Bei jeder Messung führen Messunsicherheiten dazu, dass der gemessene Wert mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht exakt mit dem tatsächlichen Wert übereinstimmt. Der wahrscheinlichste Wert ergibt sich dann erst einmal aus dem arithmetischen Mittel der Einzelmessungen.

Falls die Einzelmessungen mit verschiedener Genauigkeit gemessen wurden, gilt dies nicht mehr. Dies ist zum Beispiel der Fall, wenn aus der Gitterbeugung in verschiedenen Ordnungen die Wellenlänge bestimmt werden soll. Der statistische Ablesefehler der Winkelmessung ist unabhängig von der Ordnung! Hier wirkt sich also der Ablesefehler mit steigender Ordnung wesentlich geringer auf das Ergebnis aus. Einer Messung mit kleinerem Fehlerintervall kann man sicherlich eher vertrauen, als einer anderen mit größerem Fehlerintervall (auch wenn das Messergebnis möglicherweise identisch ist). Das bedeutet, für jeden Messwert muss aus der Breite des zugehörigen Fehlerintervalls ein charakteristischer Gewichtungsfaktor ermittelt werden.

Unter der Voraussetzung, dass die Fehler normalverteilt sind (das ist die gängige Annahme), gilt das im Folgenden dargestellte „Gewichtete Mittel“. Auf die Ableitung der entsprechenden Formeln wurde hier verzichtet.

2. Berechnung des Gewichteten Mittels

Allgemein gilt für den gewichteten Mittelwert einer Messreihe mit n Werten x_i und ihren Gewichten g_i

$$\bar{x} = \frac{\sum g_i x_i}{\sum g_i} . \quad (\text{B.1})$$

Die Gewichte g_i werden aus den Standardabweichungen σ_i mittels $g_i = 1/\sigma_i^2$ berechnet. Der innere Fehler des gewichteten Mittelwerts lautet

$$\sigma_{int} = \sqrt{\frac{1}{\sum g_i}} . \quad (\text{B.2})$$

Der innere Fehler leitet sich nur aus den mitgegebenen Fehlern der Ursprungswerte her. Er ist immer kleiner oder gleich dem kleinsten Fehler eines Einzel-Messwertes sein. Vereinfacht ausgedrückt wird durch die Hinzunahme weiterer Messwerte das Ergebnis genauer.

Der äußere Fehler des gewichteten Mittelwerts berechnet sich aus

$$\sigma_{ext} = \sqrt{\frac{\sum g_i (x_i - \bar{x})^2}{(n-1) \sum g_i}}. \quad (\text{B.3})$$

Der äußere Fehler wird groß, wenn die Einzelmessungen stärker voneinander abweichen, als ihre Standardabweichungen erwarten lassen. Das kann verschiedene Ursache haben, z.B. falsche Fehlerangaben, Nichtvergleichbarkeit der Einzelmessungen durch Abhängigkeit von weiteren Größen, Korrelation der Messwerte oder bei Regressionsanalysen ein falsch angenommener physikalischer Zusammenhang und damit möglicherweise die Entdeckung neuer Physik. Letzteres ist allerdings im Praktikum recht unwahrscheinlich. Im Grenzfall vieler Messungen ist der innere Fehler gleich dem äußeren Fehler.

Um nicht einen falschen zu kleinen Gesamtfehler vorzutäuschen, wird als mittlerer Fehler eines gewogenen Mittels das Maximum des äußeren und inneren Fehlers genommen.