

EF Elektronen im elektromagnetischen Feld

1. Vorbereitung

Folgende Kenntnisse werden am Versuchstag vorausgesetzt:

- Braunsche Röhre (Erzeugung freier Elektronen, deren Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung, Leuchtschirm, Druck in der Röhre)
- Elektrisches Feld
- Feld eines Plattenkondensators (ideal, real)
- Magnetisches Feld, magnetische Induktion, Gesetz von Biot-Savart, Feld einer Spule, Feld von Helmholtzspulen
- Bahnform von Elektronen im Feld eines Plattenkondensators
- Bahnform von Elektronen im homogenen magnetischen Längs- und Querfeld
- Vergleich Elektronenbahnen - Ionenbahnen
- Fehlerrechnung: gewogenes Mittel, Gaußsche Fehlerfortpflanzung

2. Literatur

Staudt: Werkheft Experimentalphysik 2

Gerthsen: 20.Auflage: Kapitel:6.1.2; 7.1.1-7.1.2; 7.2.5; 7.3.1; 8.2.1-8.2.3;

Bergmann-Schäfer: Band 2: Elektrizitätslehre: Kapitel: 2.2; 2.4.1; 3.3; 3.4; 11.1.7; 11.2.3;

Walcher: Praktikum der Physik: Kapitel: 1.2 (Messfehler); 6.1.2;

Berkley: Band 2: Elektrizität und Magnetismus

3. Elektrostatische Ablenkung

Ziel dieses Versuchsteils ist die Bestimmung der Bahnform des Elektronenstrahls im elektrischen Feld. Ein Elektron mit der Ladung $-e$ erfährt im elektrischen Feld mit der Feldstärke \vec{E} die Kraft

$$\vec{F} = -e\vec{E} \quad (\text{EF.1})$$

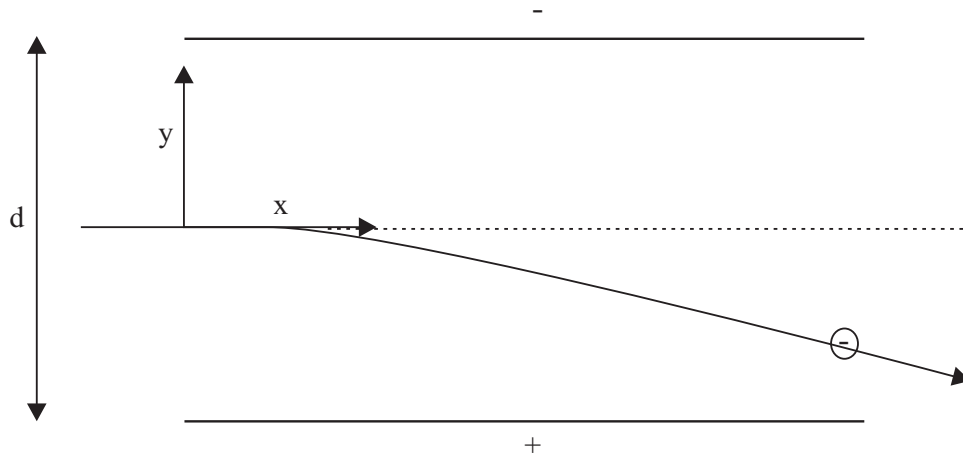


Abbildung EF.1: Ablenkung im elektrischen Feld

Falls die Ablenkung im homogenen elektrostatischen Feld senkrecht zur Bewegungsrichtung des Elektrons erfolgt (Abb. EF.1), lässt sich die Bahngleichung des Elektrons mit der Gleichung für den Plattenkondensator

$$E = \frac{U_p}{d} \quad (\text{EF.2})$$

(U_p = Kondensatorspannung, d = Plattenabstand), der Gleichung für eine beschleunigte Bewegung

$$y = \frac{1}{2} a t^2 \quad (\text{EF.3})$$

und der Gleichsetzung der auftretenden Kräfte und Energien

$$e E = m a \quad (\text{EF.4})$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = e U_0 \quad (\text{EF.5})$$

(U_0 = Beschleunigungsspannung) zu

$$y = \frac{x^2}{4d} \cdot \frac{U_p}{U_0} \quad (\text{EF.6})$$

berechnen. Dieser parabelförmige Bahnverlauf soll mit der Versuchsanordnung von Abb. EF.2 nachgeprüft werden. Der Elektronenstrahl trifft streifend auf einen Leuchtschirm, auf dem die Koordinaten der Bahnpunkte direkt abgelesen werden können. Der Abstand zwischen den Kondensatorplatten beträgt $d = 5,4$ cm.

3.1. Aufgaben und Fragen

- Überprüfen Sie die Linearität $y \propto U_p$ gemäß Gleichung EF.6. Legen Sie dazu eine Beschleunigungsspannung von $U_0 = 3$ kV an, erhöhen Sie die Spannung am Plattenkondensator von $U_p = 1$ kV bis $U_p = 5$ kV und notieren Sie sich die Koordinaten ($x = 80$ mm, y).

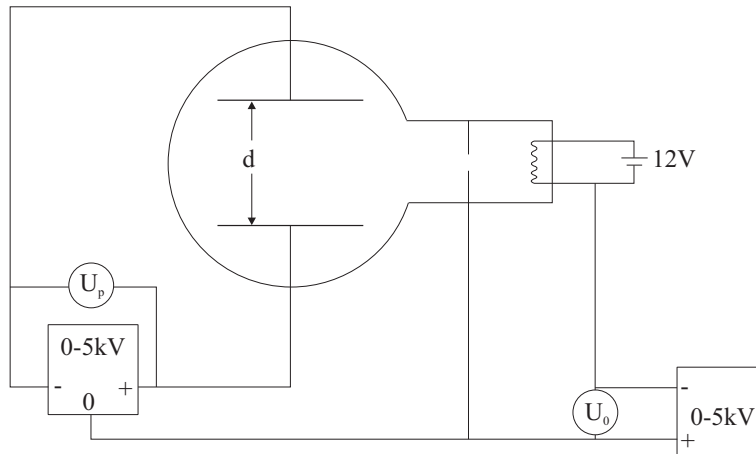


Abbildung EF.2: Versuchsaufbau

2. Lesen Sie die (x,y)-Koordinaten von jeweils 4 Bahnpunkten bei folgenden Spannungen ab:
 - a) $U_0 = 2 \text{ kV}$; $U_p = 1 \text{ kV}$ und $U_p = 2 \text{ kV}$
 - b) $U_0 = 3 \text{ kV}$; $U_p = 3 \text{ kV}$ und $U_p = 5 \text{ kV}$
3. Überprüfen Sie, ob der Quotient $\frac{y}{x^2}$ konstant ist (Parabel-Gestalt). Beachten Sie, dass die Elektronen erst bei $x = 15 \text{ mm}$ in das elektrische Feld des Plattenkondensators eindringen. Vergleichen Sie diesen Quotienten mit dem aus der theoretischen Betrachtung zu erwartenden Wert von $\frac{1}{4d} \frac{U_p}{U_0}$. Erklären Sie eventuell auftretende Abweichungen.
4. Was geschieht mit der Elektronenbahn, wenn U_0 und U_p im gleichen Verhältnis geändert werden? $\left(\frac{U_p}{U_0} = \text{const.}, \text{elektrostatiches Prinzip}\right)$.
5. Wie würden vergleichsweise Ionenbahnen verlaufen bei gleichem U_0 und U_p ?

4. Magnetische Ablenkung

In diesem Teil des Versuchs sollen Sie aus dem Kreisbahnradius r , dem Magnetfeld \vec{B} und der Beschleunigungsspannung U_0 die spezifische Ladung der Elektronen bestimmen. Auf ein Elektron mit der Masse m , der Ladung $-e$ und der Geschwindigkeit \vec{v} wirkt im Magnetfeld mit der magnetischen Induktion \vec{B} die Lorentz-Kraft:

$$\vec{F} = -e \vec{v} \times \vec{B} \quad (\text{EF.7})$$

Da die Lorentz-Kraft stets senkrecht zu \vec{v} steht, ändert \vec{v} nur seine Richtung, aber nicht seinen Betrag. Daraus ergibt sich eine konstante Krümmung der Elektronenbahn, also eine Kreisbahn im Gegensatz zur Parabelbahn bei der elektrostatischen Ablenkung. Den Radius r

der Kreisbahn erhält man durch Gleichsetzen der Lorentz-Kraft mit der Zentrifugalkraft (für $v \perp B$):

$$e v B = \frac{m v^2}{r} \quad (\text{EF.8})$$

Mit Hilfe von Gl. EF.5 lässt sich diese Gl. nach der spezifischen Ladung $\frac{e}{m}$ auflösen

$$\frac{e}{m} = \frac{2U_0}{B^2 r^2} \quad (\text{EF.9})$$

Zur Beachtung: *Starke mechanische Belastung der mit der Röhrenwandung verklebten Kunststoffkappen durch Druck, Zug oder Stoß, sowie Erschütterungen der Röhre bei eingeschalteter Heizung vermeiden!*

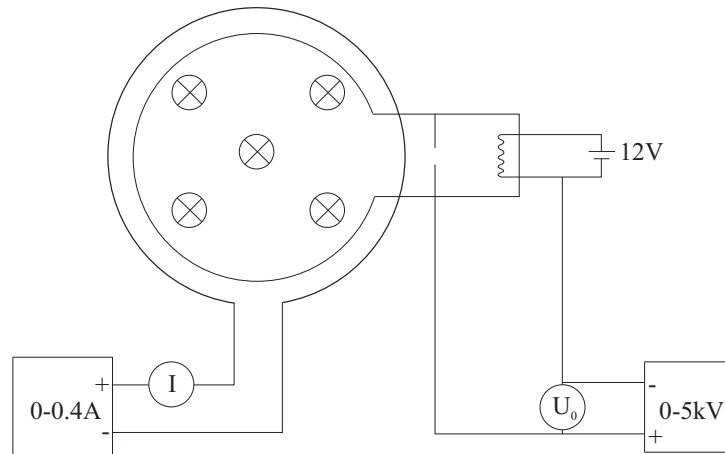


Abbildung EF.3: Magnetische Ablenkung

4.1. Bestimmung von B:

Um ein möglichst homogenes Magnetfeld zu erhalten, benutzen wir die Spulenordnung nach Helmholtz, vgl. Abb. EF.4. Nach Biot-Savart setzt sich die magnetische Feldstärke \vec{H} ($\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$) aus Anteilen $d\vec{H}$ zusammen, die von den einzelnen Längenelementen $d\vec{s}$ des Leiters (sog. Stromelemente $I d\vec{s}$) herrühren:

$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3} \quad (\text{EF.10})$$

I ist die elektrische Stromstärke im Leiterelement.

Durch Integration von Gl. EF.10 ergibt sich für das Helmholtzspulenpaar die magnetische Feldstärke auf der Spulenachse zu

$$H = \frac{nR^2 I}{(R^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{EF.11})$$

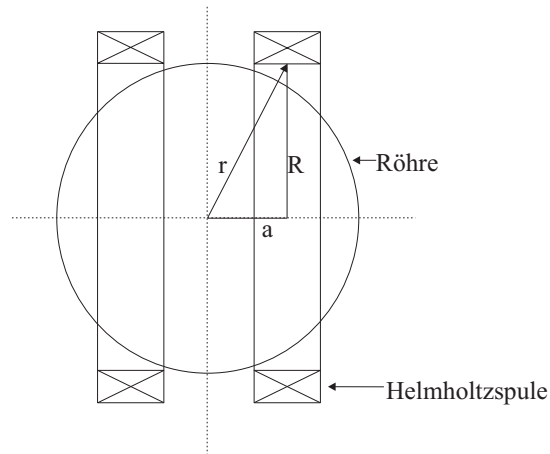


Abbildung EF.4: Helmholtzspulen

R = Spulenradius

n = Windungszahl je Spule

a = halber mittlerer Spulenabstand

Für $a = \frac{R}{2}$ folgt:

$$B = \mu_0 H = \mu_0 \cdot \frac{8n}{5\sqrt{5}} \cdot \frac{I}{R} \quad (\text{EF.12})$$

4.2. Bestimmung von r :

Der Radius r der Elektronenkreisbahn wird durch Ablesen der Koordinaten der Bahnpunkte bestimmt. Es gilt die Kreisgleichung (um r verschoben):

$$x^2 + (y - r)^2 = r^2 \quad \Rightarrow \quad r = \frac{x^2 + y^2}{2y} \quad (\text{EF.13})$$

Daten: $R=6,8$ cm, $n=320$ Windungen je Spule

Zur Beachtung: Der Spulenstrom darf nicht über 1 A erhöht werden.

4.3. Aufgaben und Fragen

- Bestimmen Sie die (x, y) -Koordinaten von je zwei Bahnpunkten für folgende Spannung- und Stromwertpaare

a) $U_0 = 2$ kV; Spulenstrom $I = \pm 0,2$ A und $\pm 0,3$ A

b) $U_0 = 4$ kV; Spulenstrom $I = \pm 0,3$ A und $\pm 0,4$ A

Führen Sie die Messungen für beide Stromrichtungen (+ und –) durch. Reduzieren Sie den Strom auf 0 vor dem Umpolen. Für die Spannungs- und Strommessung soll ein relativer Fehler von 2% angenommen werden.

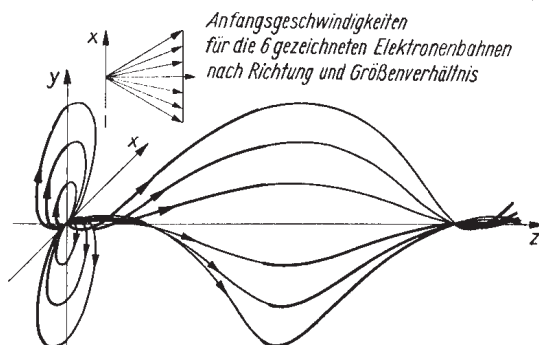
2. Berechnen Sie r aus den (x, y) -Koordinaten nach Gl. EF.13 und die magnetische Induktion B nach Gl. EF.12.
3. Bestimmen Sie $\frac{e}{m}$ aus den gewonnenen Daten nach Gl. EF.9.
4. Führen Sie exemplarisch für eine Messreihe eine Fehlerrechnung nach der Gaußschen Methode durch (Hilfe: Umformung von Standardabweichung auf relativen Fehler). Die Fehler für die restlichen Messreihen erhalten Sie durch Einsetzen. Welche Fehlerquellen haben Einfluss auf das Messergebnis? Wie wirken sich die Restgasatome im evakuierten Glaskolben auf das Messergebnis aus?
5. Wie würden Ionenbahnen bei gleichem U_0 und bei gleicher Spulenerregung verlaufen?
6. Wie lauten die Maxwell'schen Gleichungen in Formeln (dynamische, d.h. zeitabhängige Form) und was bedeuten die Gleichungen?

5. Magnetische Linse

5.1. Grundlagen

In dieser Versuchsanordnung fliegen Elektronen parallel zum Magnetfeld ein. Dieser einfache Aufbau stellt im Prinzip schon eine magnetische Elektronenlinse dar. Analog zur Lichtoptik spricht man in der Elektronenoptik von einer Abbildung, wenn die Elektronen, die von einem Punkt der Gegenstandsebene ausgehen, in einem zugeordneten Punkt der Bildebene wieder vereinigt werden.

Betrachtet man die Bahn eines Elektrons in einem homogenen magnetischen Längsfeld, so zeigt sich, dass dieses einfache System bereits abbildende Eigenschaften besitzt.

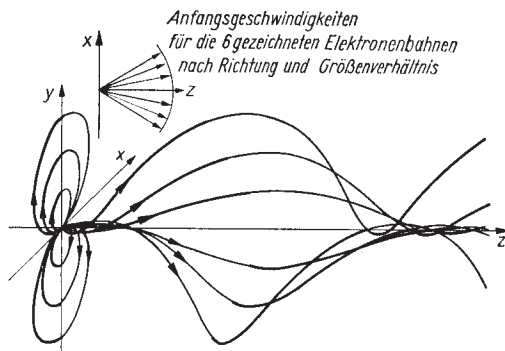


Bahnen von Elektronen im (genügend langen) homogenen Magnetfeld, die mit gleicher v_{\parallel} -Komponente ihrer Geschwindigkeit unter verschiedener Neigung gegen die Richtung von B von einem Objekt-punkt ausgehen. Die Abbildung erfolgt 1:1, ist reell und fehlerfrei.

Abbildung EF.5: Idealfall

Alle von dem Punkt P ausgehenden Elektronen gehen nach einer Periode T wieder durch einen gemeinsamen Schnittpunkt P' . Die Abbildung erfolgt im Maßstab 1:1, ist reell und

fehlerfrei (Geschwindigkeitsvektoren beachten). Definitionsgemäß handelt es sich bei einer solchen Anordnung um eine Linse.



Bahnen von Elektronen im (genügend langen) homogenen Magnetfeld, die mit gleichem Betrag der Geschwindigkeit unter verschiedener Neigung gegen die Richtung von B von einem Objektpunkt ausgehen. Die Abbildung erfolgt 1:1, ist reell, besitzt aber sphärische Abberation.

Abbildung EF.6: Realfall

Der Realfall ist in Abb. EF.6 zu finden. Ebenfalls erfolgt die Abbildung 1:1 und ist reell, sie besitzt aber sphärische Aberration. Weiter außen auf die Linse treffende Elektronen werden stärker gebrochen als achsennahe.

5.2. Theorie

Die Geschwindigkeitskomponente v_{\perp} senkrecht zum Magnetfeld bewirkt eine Kreisbewegung der Elektronen mit der für beliebige Geschwindigkeiten konstanten Umlaufzeit

$$T = \frac{2\pi m}{eB} \quad (\text{EF.14})$$

Die Geschwindigkeitskomponente v_{\parallel} führt zu einer Translation in Richtung der z-Achse. v_{\parallel} ändert sich weder betrags- noch richtungsmäßig, die Elektronen bewegen sich also auf einer Schraubenbahn. Nach T gehen alle wieder durch einen gemeinsamen Punkt P' auf der optischen Achse. Durch Ausnutzen dieser Beziehung ist

$$\overline{PP'} = \frac{2\pi m v_{\parallel}}{eB} \quad (\text{EF.15})$$

und im weiteren durch Umformen eine Gleichung für die spezifische Elektronenladung $\frac{e}{m}$ zu erhalten:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U_0}{B^2 \overline{PP'}^2} \quad (\text{EF.16})$$

Das Magnetfeld wird durch den Strom I_S bestimmt, der durch die Spule fließt. Für die Magnetfeldstärke gilt:

$$B = \frac{\mu_0 n I_S}{L} \quad (\text{EF.17})$$

Somit kann Gl. EF.16 in folgende Form gebracht werden:

$$\frac{e}{m} = C \cdot \frac{U_0}{I_S^2} \quad (\text{EF.18})$$

Daten:

- Windungszahl der Spule: $n=16400$
- Länge der Spule: $L=16\text{ cm}$

5.3. Versuchsdurchführung

Ziel des Versuchs ist es, $\frac{e}{m}$ bis auf 0.5% genau zu bestimmen. Hierzu ist neben einer ausreichend hohen Zahl an Einzelmessungen eine geeignete Fehlerrechnung notwendig. Das hier verwendete *Gewogene Mittel* finden Sie in *Walcher, Praktikum der Physik*, unter dem Punkt 1.2.9. Die Kenntnis der Gaußschen Fehlerfortpflanzung wird vorausgesetzt und während des Experiments überprüft.

Im Versuchsaufbau ist eine ausreichend lange Spule ($L=16\text{ cm}$) so über eine Braunsche Röhre geschoben, dass der von der Anode ausgehende monoenergetische Elektronenstrahl parallel zum homogenen Magnetfeld verläuft. Die Distanz von P bis zur Mattscheibe beträgt 9 cm.

Durch eine zwischen den Ablenkplatten x_a und x_b anliegende Wechselspannung erfahren die Elektronen eine sich mit 50 Hz ändernde Geschwindigkeitskomponente v_{\perp} senkrecht zum Magnetfeld. (Das vertikale Plattenpaar $y_a - y_b$ ist geerdet.) Die Werte des Spulenstroms I und der Beschleunigungsspannung U (indirekt, siehe Schaltplan) werden gemessen.

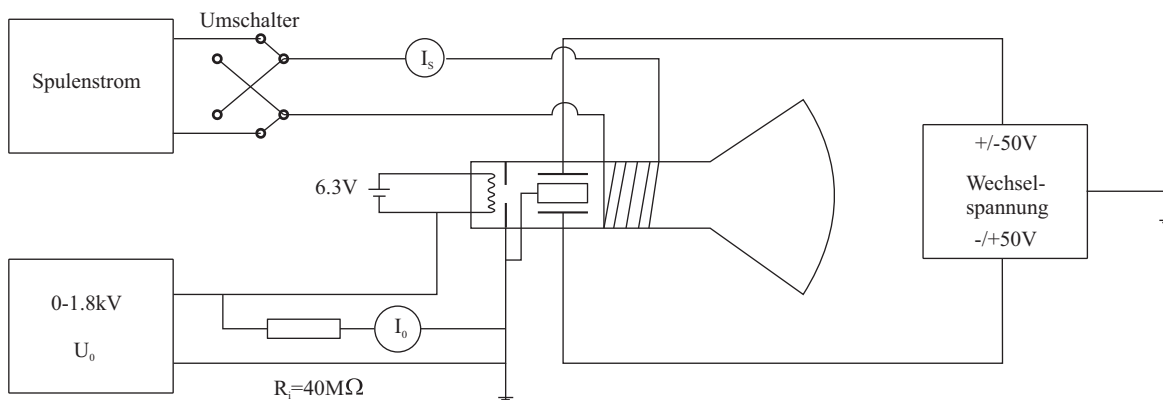


Abbildung EF.7: Schaltplan der Anordnung

5.4. Systematische Messfehler

In dem Versuchsaufbau sind verschiedene systematische Messfehler zu finden, die teilweise minimiert werden können. Dies ist notwendig, um die angesprochene Genauigkeit zu erreichen.

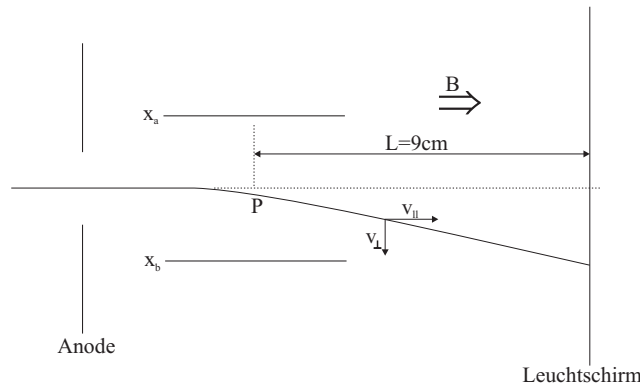


Abbildung EF.8: Prinzipieller Aufbau

Beschreibung der Justierung: Zunächst wird ohne Spannung an den Kondensatorplatten $x_a - x_b$ das Magnetfeld B verändert. Die geringfügig verschiebbare Spule wird so positioniert, dass der Leuchtpunkt einen möglichst kleinen Drehkreis beschreibt. Weiterhin ist der Ursprung des verschiebbaren Achsenkreuzes mit dem Punkt zur Deckung zu bringen. Abschließend wird ohne Magnetfeld die Spannung an den Kondensatorplatten erhöht, und die x -Achse auf den Strich ausgerichtet. Da alle 3 Parameter voneinander abhängen, ist diese Justierung ausreichend oft zu wiederholen. Mit dem Helligkeitsregler können Sie das Bild in Grenzen ändern.

Achtung: Die Heizspannung darf von Ihnen nicht verstellt werden!

5.5. Aufgaben und Fragen

- Um $\frac{e}{m}$ über Gl. EF.18 zu erhalten, bestimmen Sie für die 10 Anodenspannungen

$$U_0 = 800 \text{ V}, 900 \text{ V}, \dots, 1700 \text{ V}$$

(exakte Spannungswerte aufschreiben) den Spulenstrom I_S , bei dem der Strich um 45° sowie 90° auf dem Leuchtschirm gedreht wird. Polen Sie bei jeder Messung das Feld um, und wiederholen Sie die Messung, um magnetische Querfelder auszumitteln. Die Justierung ist für jede Spannung durchzuführen.

- Wie groß ist $\overline{PP'}$ bei 45° und 90° Drehung (Ohne diese Kenntnis ist die Konstante in Gl. EF.18 nicht berechenbar.)
- Auswertung von Aufgabe 1. Mitteln Sie die Stromwerte von I_{links} und I_{rechts} arithmetisch. Über die damit vorliegenden 20 (U, I) -Wertepaare können Sie 20 $\frac{e}{m}$ -Werte berechnen. Der relative Fehler bei der Messung von I_S sei 2%, bei der Messung von U_0 3%. Somit kann aus EF.18 mit Hilfe der Fehlerfortpflanzung der gesamte relative Fehler bestimmt werden. Daraus können Sie die Standardabweichung der Messung ermitteln. Ein möglichst genaues Endergebnis bekommt man mit dem *Gewogenen Mittel*. Eine Anleitung hierzu finden Sie in *Walcher, Praktikum der Physik, Gl. 1.32*.
- Ist die Höhe der Ablenkspannung an $x_a - x_b$ von Bedeutung?