

## GP Getriebenes Pendel

### 1. Motivation

Im Anschluss an das physikalische gedämpfte Pendel soll hier nun noch der Fall des getriebenen Pendel demonstriert werden.

Ein physikalisches Pendel mit verschiedenen Dämpfungen und Antrieben zeigt eine Vielzahl von interessanten Effekten wie z. B. Resonanz, Einrasten auf eine externe Frequenz oder auch chaotisches Verhalten. Es kann als anschauliches Modell für andere physikalische Systeme dienen. Im Hinblick darauf sollen in diesem Versuch einige Eigenschaften des getriebenen Pendels untersucht werden.

### 2. Grundlagen

Legt man an ein gedämpftes Pendel ein konstantes Drehmoment  $k$  an, ergibt sich folgende Bewegungsgleichung:

$$\Theta \ddot{\varphi} + \Gamma_{total} \dot{\varphi} + mgl \cdot \sin \varphi = \Gamma_{dc} \omega_{dc} = k = const. \quad (\text{GP.1})$$

mit  $\Gamma_{total} = \Gamma_{Ring} + \Gamma_{dc}$ . Division durch  $\Theta$  und Substitution der Dämpfung  $\lambda = \frac{\Gamma_{total}}{2\Theta}$  und der Eigenfrequenz  $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{\Theta} - \frac{\Gamma_{total}^2}{4\Theta^2}} \approx \sqrt{\frac{mgl}{\Theta}}$  ergibt:

$$\ddot{\varphi} + 2\lambda \dot{\varphi} + \omega_0 \sin \varphi = \frac{\Gamma_{dc} \omega_{dc}}{\Theta} = k \quad , \quad (\text{GP.2})$$

wobei die Kleinwinkelnäherung **nicht** gilt.

Es lassen sich jedoch verschieden Fälle betrachten:

1. konstante Lösung für  $\dot{\varphi} = \ddot{\varphi} = 0$
2.  $\frac{k}{\omega_0^2} \gg 1; \lambda \gg 1$

### 3. Vorbereitung (vor dem Versuch auf A4-Blatt)

#### 3.1. Stichworte:

mathematisches/physikalisches Pendel, Differentialgleichung des Pendels und Lösung, Eigenfrequenz, gedämpfte Schwingung, logarithmisches Dekrement, getriebenes Pendel

### 3.2. Literatur

Bergmann-Schäfer, Band I, Kapitel I.4 20, de Gruyter Verlag, Berlin

Gerthsen, Physik, Springer Verlag

Demtröder, Experimentalphysik 1 (Mechanik und Wärme), Kapitel 11.1, 11.2, 11.4, Springer Verlag

### 3.3. Aufgaben

1. überarbeiten Sie nochmal den ersten Teil des Versuches „Physikalisches Pendel“ und wiederholen Sie die Theorie!
2. Was erwarten Sie, wenn man das Pendel gleichmäßig antreibt?  
Wie würde dann die  $\varphi(t)$ -Kurve aussehen?
3. Wie sieht im ersten Fall die Lösung der Gleichung GP.2 aus? Was bedeutet das physikalisch anschaulich?

## 4. Versuchsaufbau

Der Aufbau entspricht dem Physikalischen Pendel. Zusätzlich sind folgende Antriebe angebracht: ac<sup>2</sup>- und dc-Antrieb (Abb. GP.1). Wir werden hier den dc-Antrieb untersuchen.

Elektrisch angetriebene und mit kleinen starken Permanentmagneten bestückte Scheiben werden nahe an die Scheibe des Pendels gestellt, wodurch sich das Drehmoment über Wirbelströme überträgt. Der größere der beiden Motoren (mit der kleineren Scheibe) dreht nur in eine Richtung und wird daher „dc-Antrieb“, der kleinere Motor (mit der größeren Scheibe) in beide Richtungen und wird mit „ac-Antrieb“ (vgl. Abb. GP.1) bezeichnet.

## 5. Aufgaben

### 5.1. überschlagendes Pendel

Jetzt soll ein konstantes Drehmoment an das Pendel angelegt werden. Bringen Sie dazu den dc-Antrieb an die Scheibe.

1. Messen Sie die mittlere Winkelgeschwindigkeit  $\langle \dot{\varphi} \rangle$  in Abhängigkeit des angelegten Drehmoments. Das angelegte Drehmoment ist der Frequenz des Motors  $\omega_{dc}$  proportional.  $\omega_{dc}$  wiederum wird als proportional zur am Motor angelegten Spannung  $U_{dc}$  angenommen. Die mittlere Winkelgeschwindigkeit  $\langle \dot{\varphi} \rangle$  wird vom Computer aufgrund des vom Drehgeber gemessenen Auslenkwinkels mit Hilfe einer internen Uhr ermittelt. Verwenden Sie zunächst eine kleine Dämpfung und bestimmen sie hierfür:

---

<sup>2</sup>ac = *alternative current*; das Antriebsrad schwingt hin und her.

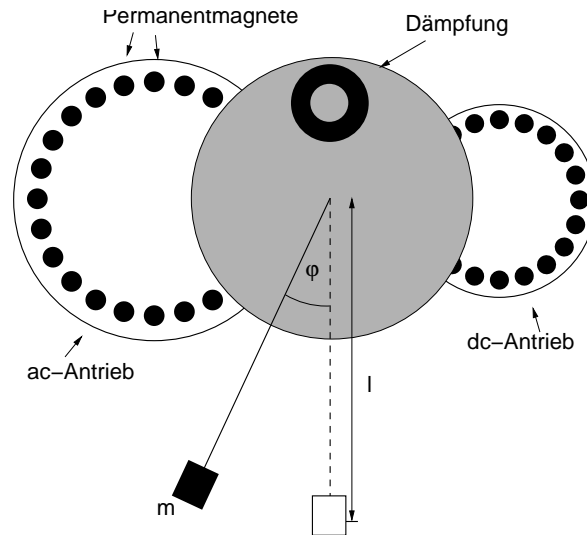


Abbildung GP.1: Vorderansicht des Pendels mit Antrieben und Dämpfung.

- die dem Drehmoment entsprechende kritische Spannung  $U_{dc,c}$ , ab der das Pendel überschlägt.
- den kritischen Winkel  $\varphi_c$ , ab dem das Pendel überschlägt.
- die mittlere Winkelgeschwindigkeit  $\langle \dot{\varphi} \rangle$ , mit der das Pendel bei überschreiten von  $U_{dc,c}$  rotiert.
- die dem Drehmoment entsprechende Spannung  $U_{dc,r}$ , ab der das Pendel nicht mehr überschlägt. Hierzu lassen Sie das Pendel überschlagen und reduzieren anschließend das Drehmoment (also die Spannung am Motor) wieder bis das Pendel nicht mehr überschlägt.

Führen Sie diesen Versuch für sehr starke und schwache Dämpfung durch. Wie unterscheiden sich die Messungen?

- Bestimmen Sie die Zeitabhängigkeit des Auslenkwinkels  $\varphi(t)$  für sehr starke (Ringmagnet) und schwache Dämpfung (ohne Ringmagnet) für verschiedene externe Drehmomente (Motorspannungen). Wie unterscheiden sich die Kurven bei verschiedenen Dämpfungen?