

GS Gitterspektrometer

Literatur

- Gerthsen Physik: 22. Auflage, Kap. 10.1
- Bergmann/Schaefer: *Lehrbuch der Experimentalphysik*, Vol. III (Optik), Kap. 3.8.
- Staudt: Skript *Experimentalphysik III (Atomphysik)* Kap. 3.6

1. Fragen zur Vorbereitung

- Wiederholen Sie die Grundlagen zum Versuch *Beugung am Gitter*.
- Warum empfiehlt es sich, linke und rechte Beugungsordnungen zu vermessen anstatt ebenso vieler Beugungsordnungen auf nur einer Seite?
- Leiten Sie schriftlich die Gleichungen (GS.2) und (GS.5) her.
- Machen Sie sich mit dem Gewichteten Mittel vertraut (vgl. auch Anhang Seite 214).

2. Aufgaben:

1. Messung der Wellenlänge λ des Natriumlichtes mit dem Gitterspektrometer. Dazu werden die Beugungswinkel für vier Ordnungen (die 2., 4., 6. und 8.) links und rechts der nullten Ordnung je zehnmal gemessen. Man beginnt mit der Messung zweckmäßigerweise bei der 8. Ordnung auf der einen Seite und misst dann bis zur 8. Ordnung auf der anderen Seite. Bei der Auswertung sind die Beugungswinkel der einzelnen Ordnungen anzugeben. Das Gitter besitzt 100 Spalte pro Millimeter.
2. Man bestimme die Breite der Gitterspalte aus der Intensitätsverteilung der Hauptmaxima.
3. Das Natriumlicht besteht im gelben Spektralbereich aus zwei Linien mit einer Wellenlängendifferenz von 0,6 nm. Man beobachte, ab welcher Beugungsordnung sich die beiden gelben Linien auflösen lassen, und schätze dann auf Grund der unten angegebenen Formel die Zahl der interferierenden Spalte des Gitters ab. Aus Gitterbreite und Gitterkonstante berechne man ebenfalls die Zahl der Gitterspalte. Warum tritt zwischen diesen beiden Ergebnissen eine Diskrepanz auf?
4. Führen Sie eine Fehlerrechnung durch.

3. Grundlagen

Unter einem Beugungsgitter versteht man ein System vieler gleich breiter, in gleichen Abständen dicht beieinander liegender, einander paralleler Spalte. Im Unterschied zum Versuch GI wird nun auch die endliche Breite der Einzelspalte berücksichtigt. Die undurchlässigen Streifen zwischen den Spalten (Stege) können z.B. durch Furchen realisiert sein, die in eine Glasplatte geritzt sind. Der Abstand entsprechender Punkte in zwei benachbarten Spalten heißt die Gitterkonstante g .

Fällt eine ebene Welle (Parallellichtbündel) auf ein solches Gitter, so wird nach dem Huygensschen Prinzip jeder Spalt Ausgangspunkt einer Zylinderwelle. Die von den einzelnen Spalten ausgehenden Wellen sind kohärent, sie können also miteinander interferieren. Zwei von benachbarten Spalten ausgehende Wellen verstärken sich maximal in der Richtung, in der ihr Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge λ ist.

Der Gangunterschied ist $\Delta = g \cdot \sin \varphi$, bei Verstärkung ist also

$$g \cdot \sin \varphi = k\lambda, \quad k = 0, 1, 2, 3 \dots \left[\frac{g}{\lambda} \right] \quad (\text{GS.1})$$

k ist dabei die Beugungsordnung der Spektrallinie. Bei bekannter Gitterkonstante g kann man also aus Gleichung (GS.1) und der Messung der Beugungswinkel die Wellenlänge der Spektrallinie ermitteln. Die Helligkeit der Maxima in den verschiedenen Beugungsordnungen ist moduliert durch die Beugungserscheinungen an den einzelnen Spalten des Gitters. Die Intensitätsverteilung der Interferenzfigur eines Gitters bei Fraunhoferscher Beugungsanordnung ergibt sich durch Integration über einen Spalt und Summation über N Spalte⁵:

$$I(\varphi) \sim \frac{\sin^2 \delta_1}{\delta_1^2} \cdot \frac{\sin^2 N\delta_2}{\sin^2 \delta_2} = I_1(\varphi) \cdot I_2(\varphi) \quad (\text{GS.2})$$

Der erste Term $I_1(\varphi)$ (Formfaktor) beschreibt die Beugungsfigur eines Einzelspaltes. Der zweite Term $I_2(\varphi)$ (Strukturfaktor) beschreibt hingegen die Interferenz von N kohärenten gleich intensiven punktförmigen Lichtquellen, d.h. die Interferenz der Gitterspalte. Dabei sind δ_1 und δ_2 die halben Gangunterschiede, die einem Spalt der Breite b bzw. einem Spaltabstand g unter einem Beugungswinkel φ entsprechen.

$$\delta_1 = \frac{\pi}{\lambda} \cdot d_1 = \frac{\pi}{\lambda} \cdot b \cdot \sin \varphi \quad (\text{GS.3})$$

$$\delta_2 = \frac{\pi}{\lambda} \cdot d_2 = \frac{\pi}{\lambda} \cdot g \cdot \sin \varphi \quad (\text{GS.4})$$

Zur Veranschaulichung sind in Abbildung GS.1 der Formfaktor $I_1(\varphi)$ (gestrichelt) und der Strukturfaktor $I_2(\varphi)$ (durchgezogen) für $N = 4$ Spalte und ein Verhältnis $\frac{g}{b} = \frac{9}{4}$ gezeichnet. Die gefüllte Fläche beschreibt die Helligkeitsverteilung $I(\varphi)$ des gesamten Gitters. Das erste Minimum von $I_1(\varphi)$ liegt bei $\sin \varphi = \lambda/b$, das erste Maximum von $I_2(\varphi)$ bei $\sin \varphi = \lambda/g$.

Zur Bestimmung der Spaltbreite b stelle man fest, zwischen welchen Ordnungen das erste Minimum der Beugungsfigur des Einzelspaltes liegt und berechne so die mittlere Spaltbreite

⁵Zur Berechnung der komplexen e-Funktionen können auch Zeigerdiagramme verwendet werden.

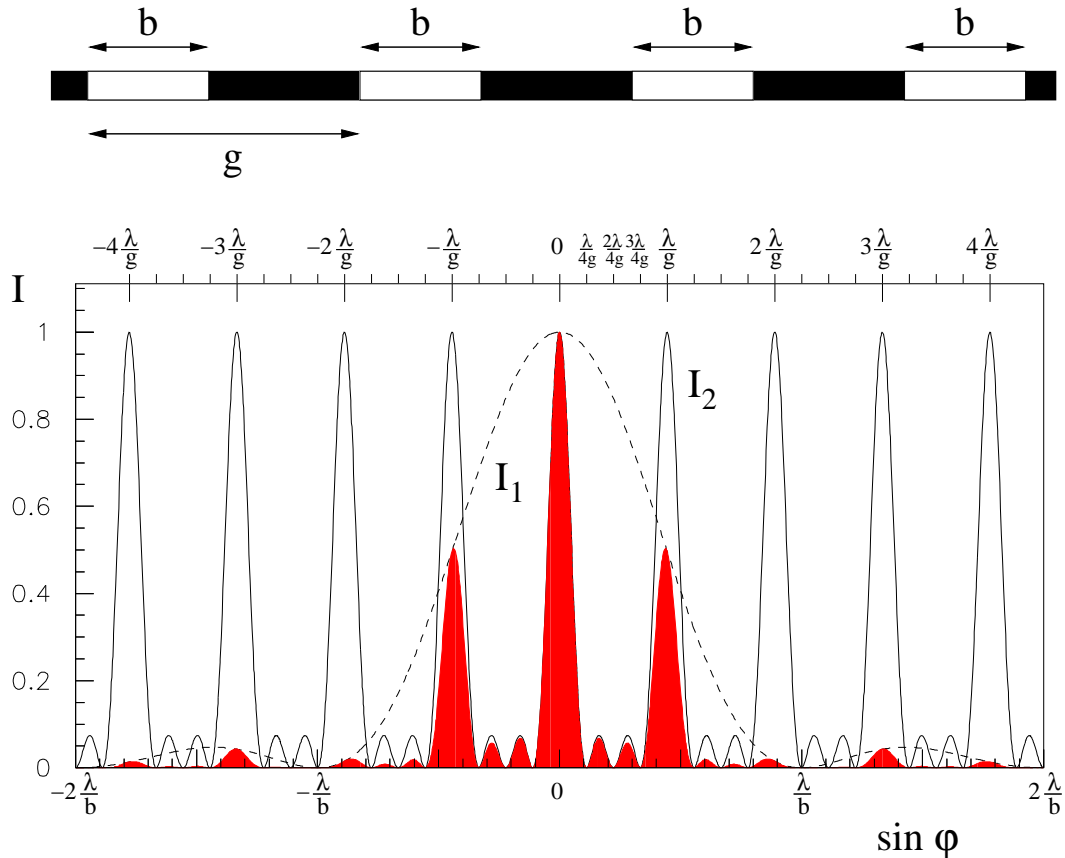


Abbildung GS.1: Beugungsbild eines Gitters mit 4 beleuchteten Spalten und einem Verhältnis von 9/4 zwischen Spaltabstand und -breite

b. Die Leistungsfähigkeit eines Gitters wird charakterisiert durch das Auflösungsvermögen $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ (vgl. auch Versuch AG), wobei $\Delta\lambda$ der Wellenlängenunterschied ist, den zwei Spektrallinien mindestens haben müssen, um getrennt zu werden. Es ist

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nk, \quad (\text{GS.5})$$

mit N der Anzahl der beleuchteten Spalte des Gitters und k der Ordnung des Spektrums.

4. Justierung

In der Brennebene der Linse des Kollimatorrohres steht ein Spalt, der von der Natriumdampfampe Q beleuchtet wird. Das aus dem Kollimator austretende Licht ist parallel begrenzt und trifft senkrecht auf das Gitter, das es spektral zerlegt. Das Objektiv des Fernrohres sammelt die gebeugten Wellen in seiner Brennebene, in der sich außerdem ein Fadenkreuz befindet. Fadenkreuz und Spektrallinie werden mit der als Lupe wirkenden Okularlinse betrachtet. Bei der Justierung gehe man wie folgt vor:

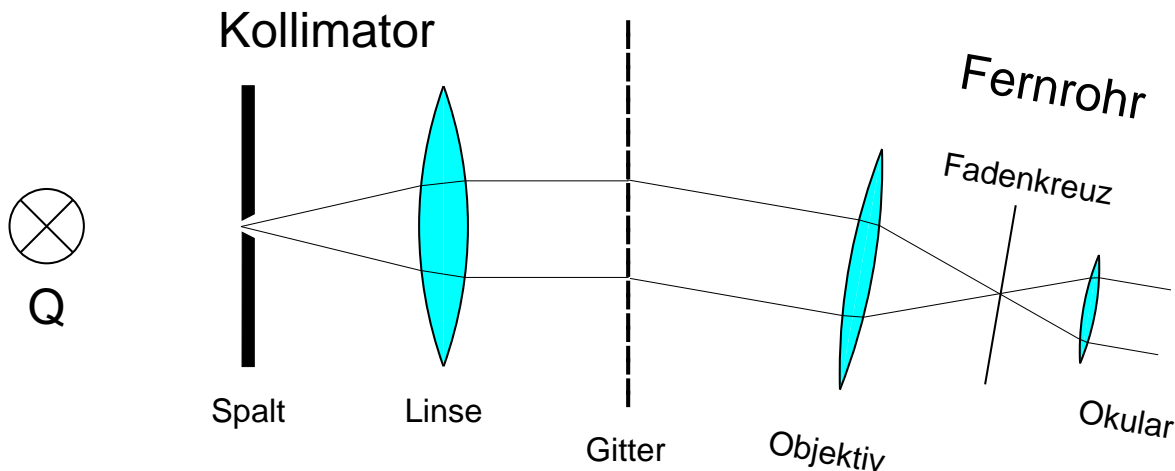


Abbildung GS.2: Strahlengang des Gitterspektrometers

1. Fernrohr auf unendlich einstellen, gleichzeitig Fadenkreuz scharf einstellen (zwei Verstellmöglichkeiten am Fernrohr)
2. Spalt in die Brennebene der Linse bringen. (Der Spalt steht in der Brennebene, wenn er mit dem auf unendlich eingestellten Fernrohr scharf gesehen wird).
3. Gitter senkrecht zum Spaltrohr drehen (bitte dabei nicht auf das Gitter fassen). Dazu wird das Fadenkreuz auf die nullte Ordnung eingestellt. Dann visiert man über das Fernrohr und dreht das Gitter so, dass sich das beobachtende Auge genau über dem Fernrohr im Spiegel sieht, bzw. man bringt im Fernrohr das Fadenkreuz mit seinem Spiegelbild (Reflexion am Gitter) zur Deckung.

Für die Messung empfiehlt sich folgendes Vorgehen: Zu jeder Ordnung wird der mittlere Winkel bestimmt. Um den Nullpunkt nicht separat messen zu müssen werden Werte aus gegenüberliegenden Ordnungen zusammengenommen (Mittelwertbildung). Man erhält für jede Ordnung einen Winkel ϕ_k mit ihrer Standardabweichung $\Delta\phi_k$. Zu jeder Ordnung lassen sich vier Wellenlängen λ_k mit Fehler $\Delta\lambda_k$ aus der Fehlerfortpflanzung bestimmen. Für das endgültige Ergebnis werden die Wellenlängen der verschiedenen Ordnungen gewichtet gemittelt.