

# HG Holographie

## 1. Vorbereitung

Folgende Kenntnisse werden am Versuchstag vorausgesetzt

- Laser
- Mathematische Darstellung einer Welle, Amplitude und Phase
- Interferenz
- Kohärenz von Licht
- Fresnelsche Zonenplatte
- Beugung

## 2. Literatur

**E. Hecht** Optik: Kapitel: 2; 9.1; 9.2; 10; 14.3;

**Bergmann-Schäfer** Band III: Kapitel: 3.1; 3.8, 3.14; 7.9;

**H. Kiemle und D. Röss** Einführung in die Technik der Holographie

**Spektrum der Wissenschaft** Holographie, Lehrbuchsammlung L 6002, Seite 13-16

## 3. Grundlagen

Die Holographie ist ein zweistufiges Verfahren, mit dem es gelingt, dreidimensionale Wellenfelder auf zweidimensionalen Speichermedien aufzunehmen und später wieder originalgetreu zu rekonstruieren. Prinzipiell entstehen Wellenfelder durch Überlagerung vieler verschiedener Wellen, die sich im Raum ausbreiten. Jedes Wellenfeld kann stets als eine Superposition von Kugelwellen dargestellt werden. Eine ebene Welle kann als Kugelwelle mit sehr weit entfernter Quelle betrachtet werden.

Holographie lässt sich mit verschiedenen Wellentypen betreiben, z.B. Schallwellen, Teilchenstrahlen (welche nach De Broglie auch Welleneigenschaften besitzen) oder auch mit elektromagnetischen Wellen. Als ein Teilbereich der elektromagnetischen Wellen haben insbesondere die Lichtwellen große Bedeutung. Von der Existenz und über die Gestalt eines Gegenstands erfährt der Mensch (wenn er nicht gerade körperlichen Kontakt hat) nur etwas, weil von dem Gegenstand ein Lichtwellenfeld ausgeht, das er mit den Augen registrieren kann.

Oft ist es wünschenswert, einen solchen Sinneseindruck zu konservieren. Dies ist dadurch möglich, dass man Informationen über das Wellenfeld speichert und es später rekonstruiert. Dann wird nicht mehr der Gegenstand, sondern nur noch sein Bild betrachtet.

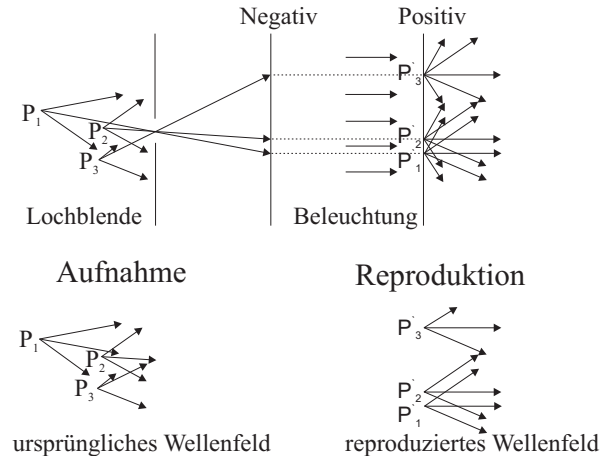


Abbildung HG.1: Photographie

Durch die *Fotografie* kann ein Wellenfeld wenigstens teilweise gespeichert werden. Sie liefert von einem dreidimensionalen Objekt ein zweidimensionales (ebenes) Bild. Dieses stellt eine Zentralprojektion des räumlichen Gegenstandes auf die Photoplatte dar. Bei der Wiedergabe wird die Platte (Dia) wieder beleuchtet. Dabei entsteht ein rekonstruiertes Wellenfeld, das von dem gespeicherten ebenen Bild ausgeht. Dieses Wellenfeld stimmt mit dem ursprünglichen nicht mehr überein. Für einen menschlichen Betrachter hat ein so erhaltenes Bild trotzdem sehr viel Ähnlichkeit mit dem Gegenstand. Der Grund hierfür liegt darin, dass im Auge auch immer nur eine zweidimensionale Projektion auf die Netzhaut erfasst werden kann.

Abb. HG.1 zeigt die Entstehung eines zweidimensionalen Bildes bei der Photographie. Der Verlust an Information über die dritte Dimension, nämlich der Verlust der Phase, geschieht schon bei der Aufnahme!

Die Holographie dagegen leistet in einem ebenfalls zweistufigen Verfahren die vollständige (originalgetreue) Rekonstruktion eines Wellenfeldes. Der Mensch kann nicht erkennen, ob er ein durch die Holographie entstandenes Bild oder den tatsächlichen Gegenstand beobachtet. Nur die Polarisation der Lichtwellen geht verloren, dies kann aber vom Auge nicht registriert werden.

#### 4. Das Prinzip der Holographie

Trifft eine monochromatische Kugelwelle, die von einem punktförmigen Gegenstand  $G$  ausgeht, auf eine ebene Fläche  $F$  (siehe Abb. HG.2), dann bilden die Kurven gleicher Phase für einen festen Zeitpunkt konzentrische Kreise auf dieser Fläche. Der Mittelpunkt ist durch das Lot von  $G$  auf  $F$  gegeben. Die Lage dieser Kreise und die Abnahme ihres Abstandes nach außen hängt von der Lage des Punktes  $G$  relativ zur Fläche ab.

Aus einem solchen Ringsystem, oder auch nur einem Ausschnitt daraus, lässt sich eindeutig der Quellenort relativ zu dieser Fläche bestimmen. Man könnte also eine Kugelwelle dadurch speichern, dass man die momentanen Schnittkurven ihrer Phasenflächen (Flächen gleicher Phase) mit einer Beobachtungsfläche aufzeichnet. Dies ist aber technisch nicht

möglich, denn alle Aufnahmemedien, die für eine Speicherung von Strahlungsfeldern in Frage kommen (wie z.B. Photoplatten), reagieren nur auf die während einer endlichen Belichtungszeit eingefallene Lichtenergie pro Flächeneinheit. Diese Lichtenergie ist proportional zu der mittleren im Beobachtungszeitraum auf das Flächenelement eingefallenen Intensität.

Lässt man die oben beschriebene Kugelwelle auf eine Photoplatte fallen, so erzeugt sie (von der  $\frac{1}{r}$ - Abnahme der Amplitude bei einer Kugelwelle abgesehen) eine konstante Schwärzung, da sich wegen der Ausbreitung der Welle während des Belichtungszeitraumes überall die gleiche Intensität ergibt.

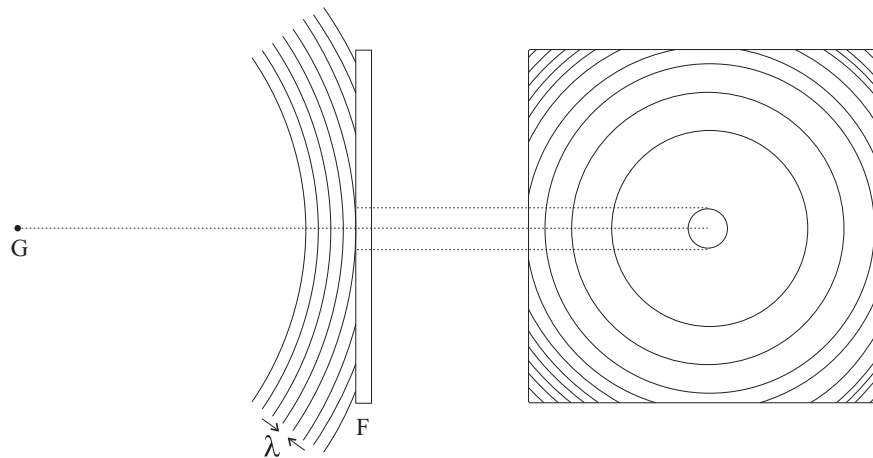


Abbildung HG.2: Entstehung der Kurven gleicher Phase (System aus konzentrische Kreisen) beim Auftreffen einer von G ausgehenden monochromatischen Kugelwelle auf eine ebene Beobachtungsfläche F für einen festen Zeitpunkt  $t$

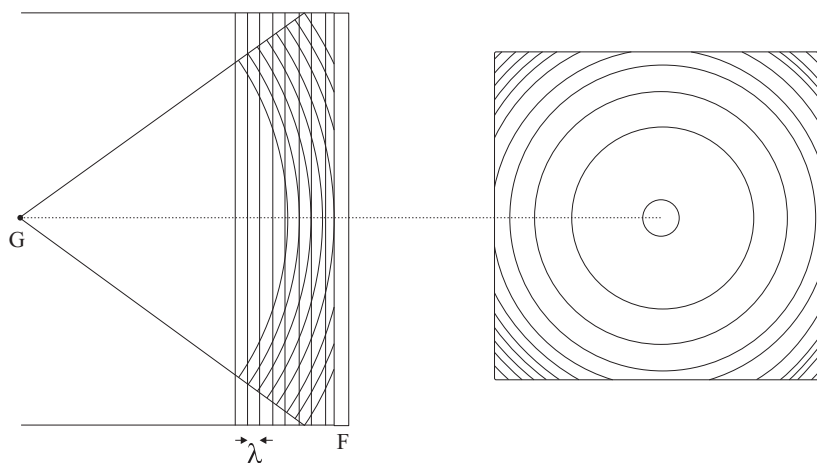


Abbildung HG.3: Bei der Überlagerung einer Kugelwelle mit einer ebenen, senkrecht einfallenden Referenzwelle entstehen Kurven maximaler Intensität, die mit Kurven gleicher Phase übereinstimmen

Hier hilft die Ausnutzung der Erscheinung der Interferenz zweier kohärenter Wellen weiter.

Wird der Kugelwelle auf der Registrierfläche eine zweite, zu ihr kohärente Welle überlagert, dann ergibt sich im Überlagerungsbereich eine zeitunabhängige (stationäre) Intensitätsverteilung (Abb. HG.3).

Die Intensität in der Beobachtungsebene variiert dabei mit der Phasendifferenz der beiden Wellen. Die minimale und maximale Intensität sind von den Amplituden der beiden Wellen abhängig. Solche stationären Intensitätsverteilungen können auf Photoplatten registriert werden - und damit auch indirekt die Kurven gleicher (bezogen auf die zweite Welle) Phase der Kugelwelle. Man nennt deshalb die zweite Welle *Bezugswelle* oder auch *Referenzwelle*. Für die folgenden Betrachtungen soll die Referenzwelle immer eine ebene Welle sein, die senkrecht auf die Registrierfläche fällt. Eine von einem punktförmigen Gegenstand ausgehende Kugelwelle erzeugt dann ein Interferenzbild, das einer FRESNELSchen Zonenplatte entspricht.

Räumlich ausgedehnte Gegenstände kann man sich in sehr viele, einzelne Gegenstandspunkte aufgelöst denken, von denen nach dem HUYGENSschen Prinzip elementare Kugelwellen ausgehen. Jeder Kugelwelle ist auf der Photoplatte eine Fresnelsche Zonenplatte zugeordnet. Da die Kugelwellen miteinander interferieren, ergibt sich für einen ausgedehnten Gegenstand ein sehr komplexes Interferenzbild, das *Hologramm*. Es hat mit dem Gegenstand keine Ähnlichkeit mehr. (Subjektiv ähnelt es teilweise der Maserung von Holz).

Aus dem beschriebenen Prinzip der Holographie folgt, dass sich nicht alle Wellenfelder holographieren lassen, sondern nur solche zu denen ein kohärentes Referenzwellenfeld zur Verfügung steht.

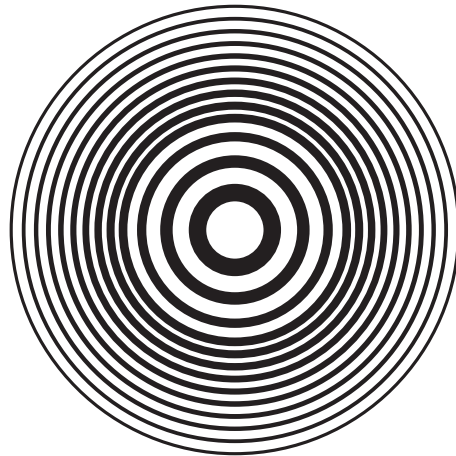


Abbildung HG.4: Fresnelsche Zonenplatte

Erst mit Erfindung des *Lasers* hat die Holographie an praktischer Bedeutung gewonnen, denn nur diese Lichtquelle stellt bei den erforderlichen Intensitäten ausreichend kohärentes Licht zur Verfügung.

Die Rekonstruktion der aufgenommenen Gegenstandswelle ist dadurch möglich, dass das Hologramm mit der Referenzwelle genauso wie bei der Aufnahme beleuchtet wird. Dabei wirkt das Hologramm als ein Beugungsgitter mit örtlich variabler Gitterkonstanten, an dem die Wiedergabewelle gebeugt wird.

Zunächst soll die Beugung einer ebenen Welle an einer Fresnelschen Zonenplatte, das heißt an dem Hologramm eines einzelnen Gegenstandspunktes, betrachtet werden. Die

Zonenplatte bildet ein Gitter, an dem bei senkrechtem Einfall der Wiedergabewelle eine Ordnung von der Achse weg (+1. Ordnung) und die andere zur Achse hin (-1. Ordnung) gebeugt wird (siehe Abb. HG.5).

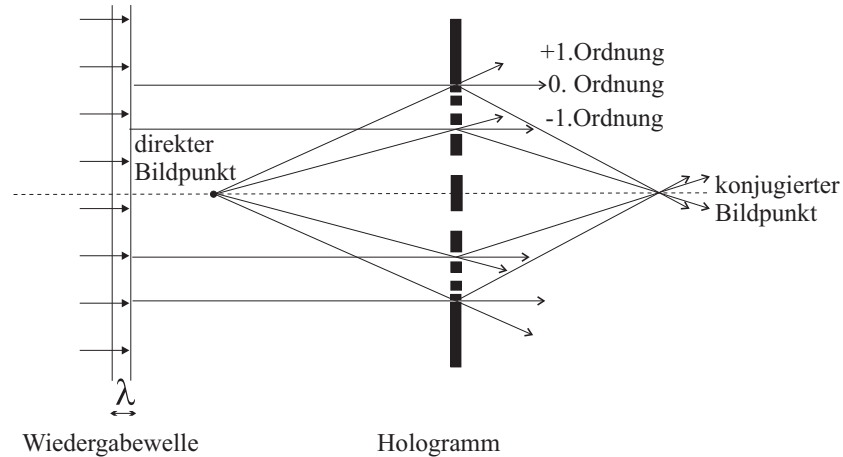


Abbildung HG.5: Beugung einer ebenen Wiedergabewelle an dem Hologramm eines einzelnen Gegenstandspunktes

Nach außen nimmt die Gitterkonstante ab und damit der Beugungswinkel zu, und zwar gerade so, dass die +1. Ordnung immer aus dem Ort des ursprünglichen Gegenstandspunktes zu kommen scheint. Diese +1. Ordnung ist die rekonstruierte Gegenstandswelle. Man nennt sie direkte Welle und den Punkt, der ihre Quelle zu sein scheint, direkten Bildpunkt. Er stellt ein virtuelles Bild des Gegenstandspunktes dar. Die -1. Ordnung, die konjugierte Welle, wird entsprechend zur Achse hin gebeugt und ergibt dort den konjugierten Bildpunkt. Geht man nun zum Gegenstand über, der in viele Einzelpunkte aufgelöst ist, dann ergeben sich bei der Rekonstruktion hinter dem Hologramm (entsprechend den 0. und 1. Ordnungen) drei Wellenfelder:

1. Die abgeschwächte Wiedergabewelle:  
Sie stellt die ungebeugte 0. Beugungsordnung dar. In ihr steckt etwa 90% der Intensität.
2. Die direkte Welle:  
Blickt ein Beobachter entgegengesetzt zu ihrer Ausbreitungsrichtung durch das Hologramm, so sieht er ein dreidimensionales virtuelles Bild, das er vom (mit Laserlicht beleuchteten) Gegenstand nicht unterscheiden kann.
3. Die konjugierte Welle:  
Symmetrisch zum Hologramm entwirft sie ein reelles Bild.

**Anmerkungen zur Beobachtung eines dreidimensionalen Bildes:** Wie schon erwähnt, registriert das Auge nur eine zweidimensionale Projektion eines räumlichen Objektes. Deshalb kann die dritte Dimension nur dadurch wahrgenommen werden, dass man sich das Objekt aus verschiedenen Perspektiven anschaut. Dies wird durch gleichzeitiges Beobachten

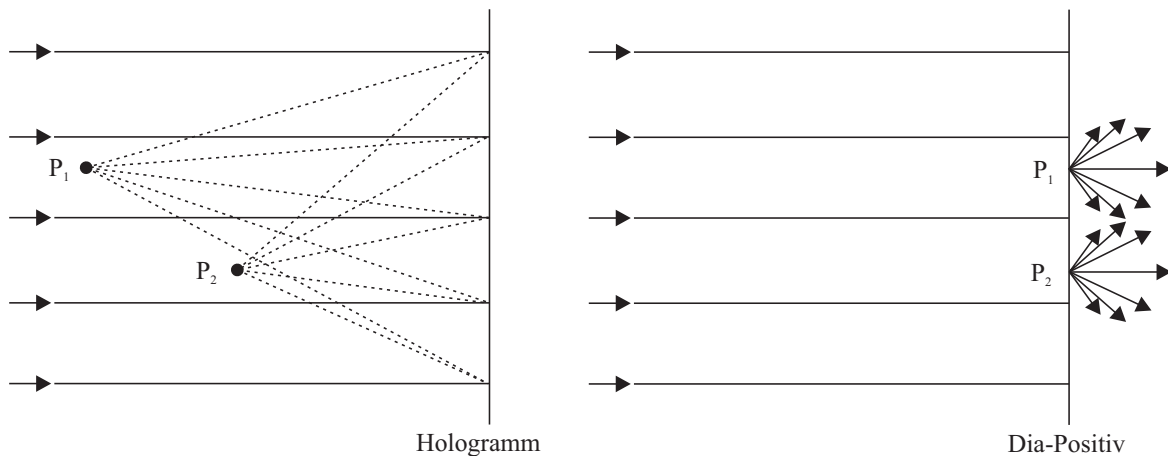


Abbildung HG.6: Rekonstruktion bei der Holographie und bei der Photographie

mit beiden Augen oder durch Verändern des Beobachtungsstandpunktes erreicht. Eine gewisse Möglichkeit die Tiefe eines Gegenstandes zu erfassen, ist zusätzlich dadurch gegeben, dass sich das Auge auf verschiedene Entfernungen akkomodieren kann.

## 5. Theoretische Grundlagen

Für den Fall einer ebenen Welle als Gegenstandswelle und einer zweiten ebenen Welle als Referenzwelle lassen sich die bisher anschaulich erhaltenen Ergebnisse auch mathematisch beschreiben.

Eine ebene Welle lässt sich allgemein in folgender Form darstellen:

$$\Psi(\vec{r}, t) = A e^{i(\vec{k}\vec{r} + \omega t + \varphi)}$$

wobei:

$A$  : (konstante) Amplitude

$\vec{k}$  : Wellenvektor (Vektor in Ausbreitungsrichtung der Welle mit dem Betrag  $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$ )

$\omega$  : Kreisfrequenz

$\varphi$  : Phase für  $\vec{r} = (0, 0, 0)$ ,  $t = 0$

Wir definieren die Gegenstands- und die Referenzwelle:

$$\Psi_G(\vec{r}, t) = A_G e^{i(\vec{k}_G \vec{r} + \omega_G t + \varphi_G)}$$

$$\Psi_R(\vec{r}, t) = A_R e^{i(\vec{k}_R \vec{r} + \omega_R t + \varphi_R)}$$

Aus der Überlagerung von Gegenstands- und Referenzwelle entsteht die Welle  $\Psi_H(\vec{r}, t)$ , die auf die Photoplatte fällt.  $\Psi_G(\vec{r}, t)$ ,  $\Psi_R(\vec{r}, t)$  und  $\Psi_H(\vec{r}, t)$  seien skalare Funktionen. Diese

Darstellungsweise ist ausreichend, wenn man annimmt, dass alle Wellen gleich polarisiert sind. Auf der Photoplatte ergibt sich die Intensität  $I(\vec{r}, t)$ :

$$I(\vec{r}, t) = |\Psi_H(\vec{r}, t)|^2 = \Psi_H(\vec{r}, t) \Psi_H^*(\vec{r}, t)$$

$$I(\vec{r}, t) = (\Psi_G(\vec{r}, t) + \Psi_R(\vec{r}, t)) \cdot (\Psi_G(\vec{r}, t) + \Psi_R(\vec{r}, t))^*$$

mit  $\cos(z) = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$  ergibt sich:

$$I(\vec{r}, t) = A_G^2 + A_R^2 + 2A_G A_R \cos \left[ \left( \vec{k}_G - \vec{k}_R \right) \vec{r} + (\omega_G - \omega_R) t + (\varphi_G - \varphi_R) \right]$$

Für die Holographie benötigt man zwei kohärente Wellen, das heißt:  $\omega_G = \omega_R =: \omega$  Dann fällt die Zeitabhängigkeit heraus:

$$I(\vec{r}) = A_G^2 + A_R^2 + 2A_G A_R \cos \left[ \left( \vec{k}_G - \vec{k}_R \right) \vec{r} + (\varphi_G - \varphi_R) \right]$$

Dies ist eine stationäre Intensitätsverteilung. Die räumliche Abhängigkeit der Intensität steckt in dem Term  $\left( \vec{k}_G - \vec{k}_R \right) \cdot \vec{r}$ .

Nach der Belichtung der Platte durch diese Intensität wird eine Umkehrentwicklung durchgeführt. Man hat dann an Stellen hoher Intensität keine Schwärzung und an Stellen geringer Intensität starke Schwärzung. Die Lichtdurchlässigkeit (Transmission) variiert mit dem Grad der Schwärzung. Die Transmission ist etwa proportional zur Intensität und kann durch die Funktion angegeben werden, die Werte zwischen Null (an Stellen maximaler Schwärzung) und Eins (an Stellen ohne Schwärzung) annehmen kann.

$$T(\vec{r}) = \frac{I(\vec{r})}{(A_G - A_R)^2}$$

Bei der Rekonstruktion ergibt sich hinter dem Hologramm ein Wellenfeld  $\Psi(\vec{r}, t)$  das sich aus dem Produkt von Rekonstruktionswelle und Transmissionsfunktion berechnen lässt:

$$\Psi(\vec{r}, t) = T(\vec{r}) \Psi(\vec{r}, t)$$

$$\Psi(\vec{r}) = \frac{\left( A_G^2 + A_R^2 + 2A_G A_R \cos \left[ \left( \vec{k}_G - \vec{k}_R \right) \cdot \vec{r} + (\varphi_G - \varphi_R) \right] \right)}{(A_G - A_R)^2} \cdot \Psi_R(\vec{r}, t)$$

mit  $\cos(z) = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$  kann dieser Ausdruck in drei Anteilen zerlegt werden:

- Die abgeschwächte Wiedergabewelle:

$$\Psi_a(\vec{r}, t) = \frac{A_G^2 + A_R^2}{(A_G + A_R)^2} A_R \cdot e^{i(\vec{k}_R \vec{r} + \omega t + \varphi_R)}$$

- Die direkte Welle:

$$\Psi_d(\vec{r}, t) = \frac{A_R^2}{(A_G + A_R)^2} A_G \cdot e^{i(\vec{k}_G \vec{r} + \omega t + \varphi_G)}$$

- Die konjugierte Welle:

$$\Psi_k(\vec{r}, t) = \frac{A_R^2}{(A_G + A_R)^2} A_G \cdot e^{i((2\vec{k}_R - \vec{k}_G) \vec{r} + \omega t + 2\varphi_R - \varphi_G)}$$

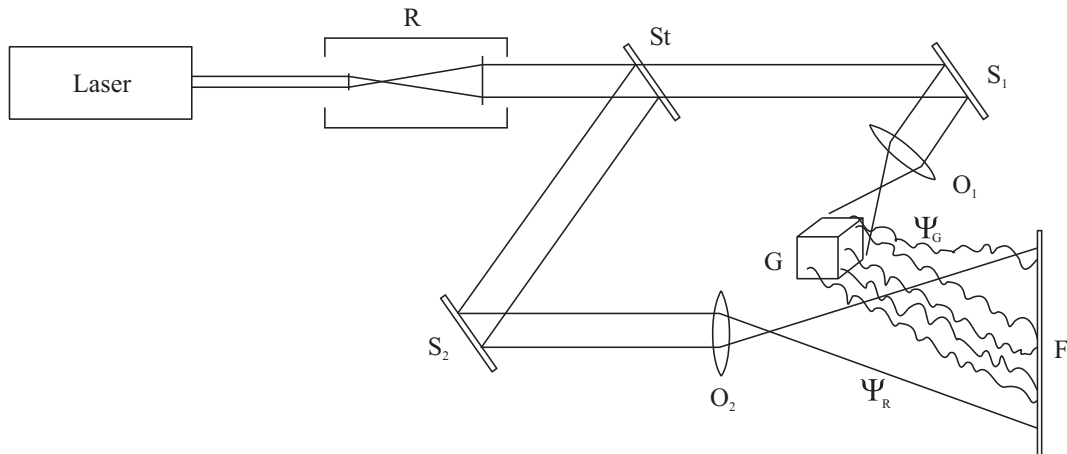


Abbildung HG.7: Versuchsaufbau für die Auflicht-Holographie

### 5.1. Versuchsaufbau

Der Laserstrahl wird im Raumfilter  $R$  aufgeweitet und am Strahlteiler  $St$  in zwei Teilstrahlen aufgespalten. Ein Teilstrahl wird am Spiegel  $S_1$  umgelenkt und beleuchtet den Gegenstand. Der andere dient als Referenzwelle.

Das durch Streuung und Reflexion am Gegenstand entstehende Wellenfeld  $\Psi_G(\vec{r}, t)$  und die Referenzwelle  $\Psi_R(\vec{r}, t)$  werden einander auf der Photoplatte überlagert. Beide Wellen müssen (z.B. durch abschwächen der einen) auf etwa gleiche Intensität eingestellt werden.

**Hinweis: Der nicht aufgeweitete oder ungeschwächte Laserstrahl darf unter keinen Umständen Ihr ungeschütztes Auge treffen!**

### 5.2. Versuchsdurchführung und Aufgaben

1. Direkt nach dem Laser ist der in Abb. HG.8 gezeigte Raumfilter  $R$  aufgebaut. Welchem Zweck dient er?
2. Nach dem Strahlteiler  $St$  haben die beiden Teilstrahlen bei uns im Experiment nicht die gleiche Intensität. Welche Konsequenz hat das im Folgenden? Ist davon was zu beobachten?
3. Was beobachten Sie auf dem Monitor, wenn Sie einen der beiden Umlenkspiegel in der Vertikalen verschieben und den Laserstrahl nachführen? Geben Sie eine allgemeingültige Beschreibung des Effekts.
4. Bestimmung des für Hologrammaufnahmen notwendigen Linienauflösungsvermögen von Photoplatten.

Als Träger für Hologramme dienen i.A. Photoplatten. Diese haben wegen der Kornstruktur der lichtempfindlichen Emulsion ein begrenztes Auflösungsvermögen. Bei der Aufzeichnung eines Hologrammes muss das Auflösungsvermögen mindestens so groß

sein, dass zwei nebeneinanderliegende Interferenzstreifen getrennt aufgenommen werden. Wählt man als Objekt- und als Referenzwelle jeweils eine ebene Welle, erhält man als Interferenzbild parallele, äquidistante Streifen. Ihr Abstand ist durch den Überkreuzungswinkel der beiden Wellen und durch die Wellenlänge des verwendeten Lichtes gegeben.

- (a) Dieser Streifenabstand wird im Versuch mit einem Beobachtungsmikroskop vermessen. Das Mikroskop bildet eine Ebene ab, die etwa 1-2mm vor dem Objektiv liegt. Dort müssen die beiden Wellen zur Überlagerung gebracht werden. Das Objektiv bildet das Interferenzbild in eine Zwischenbildebene ab, wo eine CCD-Kamera das Bild aufnimmt und auf einem Monitor und einem Videoprinter ausgibt. Vermessen Sie den Abstand von 10-20 Streifen mit Hilfe des Referenzmaßstabs.
- (b) Alternativ dazu ist der Überkreuzungswinkel  $\alpha$  geometrisch zu bestimmen und das Ergebnis der direkten Messung gegenüberzustellen. Hierbei gilt: Steht die Photoplatte senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Referenzwelle, dann ergibt sich ein theoretischer Streifenabstand  $d$  von

$$d = \frac{\lambda}{\sin(\alpha)}$$

Mit beiden Verfahren ist der Streifenabstand  $d$  für zwei verschiedene Winkel zu messen. Wie groß muss das Auflösungsvermögen einer Photoplatte mindestens sein? (Einheit: Linien pro Millimeter). Vergleichen Sie: Die in der Gebrauchsphotographie verwendeten Filme lösen 30 - 100 Linien pro Millimeter auf.

Welches der beiden im Praktikum eingesetzten Verfahren ist genauer und warum?

5. Die in Aufgabe 4 zu beobachtenden Interferenzstreifen verschwimmen, wenn Sie sich auf der Grundplatte des Versuchsaufbaus aufstützen. Bitte beschreiben Sie die Ursache.
6. Rekonstruktion und Beobachtung von Hologrammen. Vergleich mit photographischen Aufnahmen. Rekonstruktion aus kleinen Hologrammausschnitten.
7. 18 cm senkrecht über dem Mittelpunkt einer kreisförmigen Photoplatte liegt ein punktförmiger Gegenstand. Wie groß muss das Auflösungsvermögen der Platte sein, um, bei senkrecht einfallender ebener Referenzwelle, auf der ganzen Fläche das Hologramm aufzeichnen zu können?
8. Beschreiben Sie kurz den Aufbau und die Funktionsweise eines Helium-Neon-Lasers.

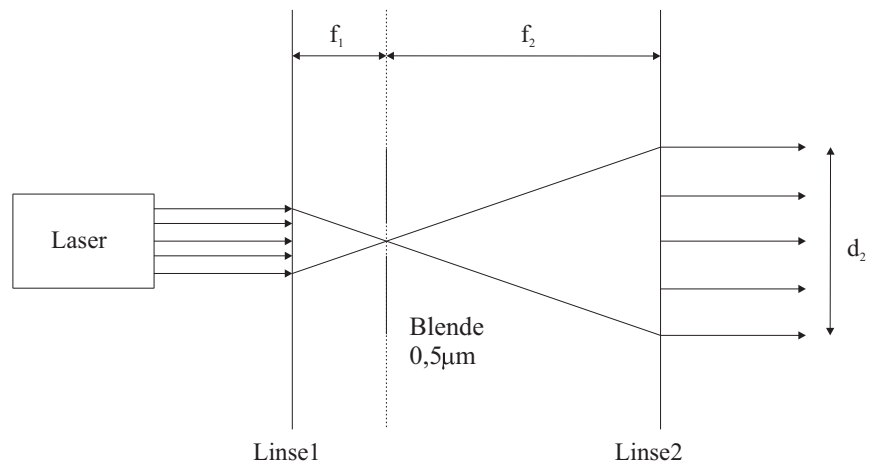


Abbildung HG.8: Raumfilter