PP Physikalisches Pendel

1. Motivation

Viele physikalische Situationen lassen sich in Analogie zum Pendel beschreiben, da sie der gleichen Mathematik genügen. Die Kenntnis des physikalischen Pendels ist also notwendig und soll in diesem Versuch vermittelt werden.

2. Grundlagen

2.1. Ungetriebenes Pendel

Das gesamte Trägheitsmoment des physikalischen Pendels beträgt

$$\Theta = \Theta_0 + ml^2$$

Θ_0 ist das Trägheitsmoment von Scheibe und Stäben. Das rückstellende Drehmoment aufgrund der Gravitationskraft ist

$$T_R = mgl \cdot \sin\varphi \quad .$$

Die Dämpfung durch den Ringmagneten ist proportional zur Geschwindigkeit der Scheibe. Für das Drehmoment der Dämpfung erhält man:

$$T_D = \Gamma_{\mathrm{Ring}} \cdot \dot{\varphi} \quad ,$$

Γ_{Ring} ist die Dämpfungskonstante des Rings.

Mittels des Drehimpulserhaltungssatzes ergibt sich die Bewegungsgleichung des ungetriebenen, gedämpften Pendels:

$$\Theta\ddot{\varphi} + \Gamma_{Ring}\dot{\varphi} + mgl \cdot \sin\varphi = 0 \tag{PP.1}$$

$$\Longrightarrow \quad \ddot{\varphi} + \frac{\Gamma_{Ring}}{\Theta}\dot{\varphi} + \frac{mgl}{\Theta} \cdot \sin\varphi = 0 \tag{PP.2}$$

Für den Fall der Kleinwinkelnäherung ($\sin\varphi \approx \varphi$) lässt sich Gleichung PP.2 mit der bekannten Differentialgleichung einer gedämpften Schwingung vergleichen:

$$\ddot{x} + 2\lambda \cdot \dot{x} + \omega_0^2 \cdot x = 0. \tag{PP.3}$$

Hierbei sind die Dämpfung $\lambda = \frac{\Gamma_{Ring}}{2\Theta}$ und $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{\Theta}}$ die Eigenfrequenz des freien, ungedämpften Systems. Die Differentialgleichung PP.3 wird gelöst durch den Ansatz

$$x(t) = x_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \cdot \cos(\omega_D t + \delta). \tag{PP.4}$$

Für die Frequenz des gedämpften Systems ω_D findet man

$$\omega_D = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2} \tag{PP.5}$$

$$= \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\Gamma^2}{4\Theta^2}}. \tag{PP.6}$$

Handelt es sich um ein mathematisches Pendel ($\Theta_0 \rightarrow 0$), ist die Eigenfrequenz

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{\Theta}} = \sqrt{\frac{mgl}{ml^2}} = \sqrt{\frac{g}{l}} \ .$$

3. Vorbereitung (schriftlich)

Stichworte: mathematisches/physikalisches Pendel, Differentialgleichung des Pendels und Lösung, Eigenfrequenz, gedämpfte Schwingung, logarithmisches Dekrement

Literatur Bergmann-Schäfer, Band I, Kapitel I.4 20, de Gruyter Verlag, Berlin
Gerthsen, Physik, Springer Verlag
Demtröder, Experimantalphysik 1 (Mechanik und Wärme), Kapitel 11.1, 11.2, 11.4, Springer Verlag
Staudt, Experimentalphysik I, Verlag John Wiley, Berlin

Hinweis: Bitte bringen Sie eine Diskette oder CD-R/RW mit zum Versuch!

Aufgaben

1. Wie sieht die Differentialgleichung eines freien,gedämpften (mathematischen) Pendels aus?
2. Wie lautet die Lösung $\varphi(t)$?
3. Skizzieren Sie diese Lösung!
4. Wie lassen sich daraus die Eigenfrequenz ω_0 und die Dämpfung bestimmen?

4. Versuchsaufbau

Das Pendel (Abb. PP.1) besteht aus einem Stab, an dem eine Masse m befestigt ist. Es kann sowohl die Masse als auch die Länge des Pendelarms variiert werden. Der Stab ist fest mit einer Achse verbunden, die mit Kugellagern gehalten wird. An dieser Achse befindet sich noch eine Aluminium-Scheibe zum Anlegen von Drehmomenten und ein Drehgeber, der die Position des Pendels misst und von einem Computer ausgelesen wird. Um das Pendel zu dämpfen, positioniert man einen starken Ringmagneten aus NdFeB (**Vorsicht mit Scheck-Karten!**) in der Nähe der Magnete. Bewegt die Scheibe sich am Magneten vorbei, so werden Wirbelströme in der Scheibe induziert und die Scheibe gebremst.

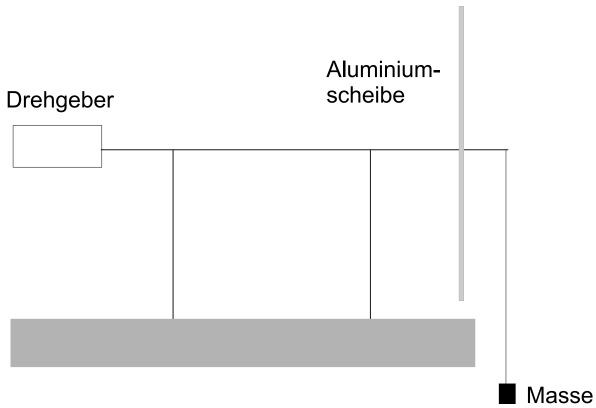

Abbildung PP.1: Seitenansicht des Pendels ohne Dämpfung.

5. Aufgaben

5.1. Pendel ohne Antrieb

Kleinwinkelnäherung Messen Sie $\varphi(t)$ bei fester Länge l und fester Masse m und verschiedenen Startpositionen (Auslenkwinkeln φ_0). Bestimmen Sie ω_0 für Auslenkwinkel von $7.5°$, $10°$, $20°$, $30°$, $50°$, $70°$ und $100°$. Wie hängt die Eigenfrequenz von der Auslenkung ab? Wann gilt die Kleinwinkelnäherung ($\sin\varphi \approx \varphi$)? Stellen Sie die Abhängigkeit der Schwingungsdauer T von der Ausgangsauslenkung φ_0 grafisch dar!

Frequenzbestimmung Messen Sie am ungedämpften System die Kreisfrequenz ω

1. für 3 verschiedene Längen l des Pendels
2. für 6 verschiedene Massen $1m \ldots 6m$

Dämpfungen Bestimmen Sie die Dämpfung des Systems (ohne Dämpfungsmagnete)! Messen Sie $\varphi(t)$ für 3 verschiedene von Ihnen eingestellte Dämpfungen (bei fester Länge und Masse).

5.2. Auswertung

- Ab wann gilt die Kleinwinkelnäherung?
- Bestimmen und zeichnen Sie die Massenabhängigkeit der Kreisfrequenz $\omega(m)$ und die Längenabhängigkeit der Kreisfrequenz $\omega(l)$! Vergleichen Sie die Messergebnisse mit der theoret. Formel $\omega = \sqrt{\frac{mgl}{\Theta}}$ Was fällt auf?
  Lässt sich die Erdbeschleunigung g berechnen? Wie groß ist diese?
- Werten Sie die systemeigene Dämpfung und die 3 von Ihnen eingestellten Dämpfungen aus! Ändert sich die Frequenz mit unterschiedlicher Dämpfung?